北海道大学
アルゴリズム研究室２０１０
ツォイクマン十益
湊真一
大久保好章

平成２２年度前期
コンピューターサイエンス演習 I

平成22年 5月 14日

提出期限：平成２２年 ５月 ３１日

演習第六

1. Prove the following theorem:

   Theorem: *For every context-free grammar* $\mathcal{G} = [\mathsf{T}, \mathsf{N}, \sigma, \mathsf{P}]$ *there exists a context-free grammar* $\mathcal{G}'$ *such that* $\mathsf{L}(\mathcal{G}') = \mathsf{L}(\mathcal{G}) \setminus \{\lambda\}$ *and* $\mathcal{G}'$ *is* λ*-free.*

   Furthermore, if $\lambda \in \mathsf{L}(\mathcal{G})$ *then there exists an equivalent context-free grammar* $\mathcal{G}''$ *such that* $\sigma'' \to \lambda$ *is the only production having* λ *on its right-hand side and* σ'' *does not occur at any right-hand side.*

2. Let $\mathcal{G} = [\Sigma, \mathsf{N}, \mathsf{F}, \mathsf{P}]$, where $\Sigma = \{\mathsf{a}, +, *, (,), -\}$, and P is given by

$$
\begin{array}{rcl}
\mathsf{E} & \to & \mathsf{F} + \mathsf{F} \\
\mathsf{E} & \to & \mathsf{E} + \mathsf{T} \\
\mathsf{E} & \to & \mathsf{E} + \mathsf{F} \\
\mathsf{F} & \to & \mathsf{F} * \mathsf{E} \\
\mathsf{F} & \to & \mathsf{F} * (\mathsf{T}) \\
\mathsf{F} & \to & \mathsf{a} \\
\mathsf{T} & \to & \mathsf{E} - \mathsf{T}
\end{array}
$$

   Construct a reduced grammar $\mathcal{G}'$ such that $\mathsf{L}(\mathcal{G}) = \mathsf{L}(\mathcal{G}')$.

3. Construct context-free grammars for the following languages:

   (1) $\mathsf{L} = \{\mathsf{a}^{2i}\mathsf{b}^{2i} \mid i \in \mathbb{N}^+\}$,

   (2) $\mathsf{L} = \{\mathsf{a}^{i}\mathsf{b}^{j} \mid i, j \in \mathbb{N}^+ \text{ and } i \neq j\}$,

   (3) $\mathsf{L} = \{s \mid s \in \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}^*$ and number of $\mathsf{a}'s$ in s equals the number of $\mathsf{b}'s$ in $s\}$.