

## 情報理論 第 10 回 レポート課題

クラス：           A B C   (自分のクラス名のみ残し、他のクラス名を消してください)

所属 (コース) :

学生番号 :

氏名 :

---

下記の問題に答えよ。ただし、「オプション問題」には答えなくても良い。

1. 入出力アルファベット  $A=\{0,1\}$  である 2 元通信路を介して送る通信路符号  $C$  として、2 元アルファベット  $\Sigma=\{a,b\}$  の系列を 1 記号ごと  $C(a)=0000$ ,  $C(b)=1111$  と符号化する符号を考える。

(1) 通信路を介してこの符号語  $w \in \{0000, 1111\}$  を送り受信語  $y \in A^4$  受け取ったとき、 $y$  と全く同じまたは 1 ビット違いの符号語  $w'$  がある場合には  $C(x)=w'$  を満たす  $x \in \{a,b\}$  に復号し、そうでない場合は誤りの検出のみを行い、復号をしないものとする。

① 0000, 1111 の復号領域  $\Omega_{0000}$ ,  $\Omega_{1111}$  を求めよ。

② 誤りの検出のみを行い、復号を行わない受信語  $y$  を示せ。

③ この符号の情報速度  $R$ , 効率  $\eta$ , 冗長度  $\rho$  を求めよ。

(2) (オプション問題)通信路行列  $\begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$  で表される無記憶定常 2 元通信路の場合の、通信路符号

$C$  に対する最尤復号法の復号領域  $\Omega_{0000}$ ,  $\Omega_{1111}$  を求めよ。

2. ビット誤り確率が  $p$  の記憶のない 2 元対称通信路を考える. このとき以下の問いに答えよ.  
(エントロピー関数  $\mathcal{H}(x) = -x \log_2 x - (1-x) \log_2 (1-x)$  を用いて数式を簡略化して答えてもよい.)
- (1) 記号 1, 0 をそれぞれ確率  $q, 1-q$  で発生する記憶のない定常 2 元情報源を用意して、この通信路の入力  $X$  に接続したとする. このとき、通信路の出力  $Y$  が 1, 0 になる確率を、 $p$  と  $q$  を用いた数式で表せ.
- (2)  $Y$  のエントロピー  $H(Y)$  を  $p, q$  を用いた数式で表せ.
- (3)  $X$  で条件をつけた  $Y$  の条件付きエントロピー  $H(Y|X)$  を  $p, q$  を用いた数式で表せ.
- (4)  $X$  と  $Y$  の相互情報量  $I(X; Y)$  を  $p, q$  を用いた数式で表せ.
- (5) 上記(4)で求めた数式において  $p$  を未知の定数として  $q$  だけを  $0 \sim 1$  の範囲で動かして入力  $X$  の確率分布を変化させたときに、相互情報量が最大となる  $q$  の値を答えよ.
- (6) 上記(5)で求めた相互情報量の最大値、すなわち通信路容量を、 $p$  を用いた数式で表せ.
- (7) 上記(6)で求めた通信路容量に対して、 $p$  を  $0 \sim 1$  の範囲で動かしてこの通信路のビット誤り率を変化させたときに、通信路容量が最小となる  $p$  の値と、そのときの通信路容量を答えよ.
- (8) 上記(6)で求めた数式から、ビット誤り率  $p = 0.1$  のときの、この通信路の通信路容量を計算せよ.  
ただし  $\log_2 0.1 = -3.322$ ,  $\log_2 0.9 = -0.152$  とする.