問1. 以下の文章それぞれについて，正しいと思うものに○，誤りと思うものに×をつけよ．完全に自信がない場合でも，よりふさわしいと思う答を記入せよ．（×の場合でも理由を書かなくてよい．）

(ア) 情報理論の父と呼ばれているのはアラン・チューリングである．

(イ) 通信路符号化の目的は，通信量削減である．

(ウ) 情報源から発生する情報源記号を 2 時刻ごとのブロックに区切り，各ブロックを発生情報源記号とみなす情報源を 2 次拡大情報源と呼ぶ．

(エ) 正規マルコフ情報源では，初期分布によっては十分時間が経っても定常情報源とみなせない場合がある．

(オ) 0 と 1 が等確率で生起する無記憶定常 2 元情報源は，一意復号可能などのような 2 元符号化を用いても符号語列の長さの期待値を元の情報源系列の長さより短くすることはできない．

(カ) 情報源記号の定常分布が等しい情報源でも，記憶のある情報源の方が記憶のない情報源よりエントロピーは小さい．

(キ) エントロピーが最大となる M 元情報源のエントロピーは M（ビット）である．

(ク) 情報源符号化定理によれば，どのような情報源 S に対しても，一意復号可能な 2 元符号の 1 情報源記号あたりの平均符号長を，情報源のエントロピー$H(S)$(ビット)の値以下にする符号化が可能である．

(ケ) ブロック符号化を行うことにより，1 情報源記号あたりの平均符号長を 1 次エントロピーより小さくすることができる場合がある．

(コ) 符号長がクラフトの不等式を満たす符号は全て，一意復号可能である．

(サ) 記憶のない定常情報源のエントロピーは 1 次エントロピーと一致する．

(シ) 確率変数 Y で条件付けた X のエントロピー$H(X|Y)$が 0 になるのは，X と Y が独立なときである．

(ス) Yの値を知ったときにXに関してまだ得られていない情報量は, Yで条件付けたXのエントロピー$H(X|Y)$である．

(セ) 平均ひずみを D まで許す条件のもとでは，速度・ひずみ関数を $R(D)$とすれば，情報源 S に対する 2 元符号の 1 情報源記号あたりの平均符号の下限は $R(D)$となる．S のエントロピーを $H(S)$とすれば $R(D)>H(S)$が成り立つ．

(ソ) 加法的 2 元通信路を用いれば，記憶のある通信路も表現できる．

(タ) 通信路行列の各行の和は必ず 1 になる．

(チ) 2 元対称通信路の通信路容量は，通信路のビット誤り率 p が 1/2 に近いほど大きい．

(ツ) 通信路符号化定理より，通信路の通信路容量は，限りなく 0 に近い復号誤り率でその通信路を介して情報を送るための情報速度の上限であると言える．

(テ) 限界距離復号法において誤って復号される確率を最小にするためには，符号語を中心とする復号領域の半径を，他の符号語の復号領域と重ならない範囲で最大にすれば良い．

(ト) 通信路符号化において，符号語の数が 2^k 個で，長さが n の符号の冗長度は k/n である．

(ナ) 単一パリティ検査符号の最小ハミング距離は 3 である．

(ニ) (7,4)ハミング符号で 1 ビットの誤りを確実に訂正する場合，2 重誤りが正しく訂正されることはない．

(ヌ) 巡回符号は組織符号の一種である．

(ネ) 生成多項式として $x^{32}+x^{26}+x^{23}+x^{22}+x^{16}+x^{12}+x^{11}+x^{10}+x^{8}+x^{7}+x^{5}+x^{4}+x^{2}+x+1$ を用いた巡回符号は，長さ 32 までのバースト誤りを全て検出できる．

(ノ) 2 元通信路において受信語と送信語の間のハミング距離は，その受信語において誤っているビット数である．

（つづく）

問2.　時刻 t=1,2,⋯において記号 X_t を

$$P_{X_t|X_{t-1}}(0|0)=8/9\,,P_{X_t|X_{t-1}}(1|0)=1/9\,,P_{X_t|X_{t-1}}(0|1)=1/3\,,P_{X_t|X_{t-1}}(1|1)=2/3$$

で定義される確率規則にしたがって発生する1重2元マルコフ情報源 S を考える．このとき(ア)～(エ)の問いに答えよ．(ただし，$\log_2 3=1.585$ とする．また，エントロピー関数$\mathcal{H}(x)=-x\log_2 x-(1-x)\log_2(1-x)$の値$\mathcal{H}(1/9)=0.503,\mathcal{H}(1/3)=0.918$を用いても良い．答えは小数点以下3桁まで求めよ．)

(ア) 1 時刻前に x=0,1 が発生した状態を S_x とおく．このマルコフ情報源の定常分布において，S_0，S_1 にいる確率をそれぞれ w_0, w_1 としたとき，　定常分布(w_0,w_1)を求めよ．

(イ) 情報源 S から発生する情報源系列を 1 記号ごと符号化する符号化法について以下の問いに答えよ．

① 情報源 S が定常状態にある時刻 t における，0 の発生確率$P_{X_t}(0)$と 1 の発生確率$P_{X_t}(1)$を求めよ．

② 定常状態にある情報源 S から発生する情報源系列を 1 記号ごと符号化した場合，1 情報源記号あたりの平均符号長において，情報源符号化定理から導かれる下限 $H_1(S)$(S の一次エントロピー)と，実際に達成し得る最小値 L_1(コンパクト符号（例えばハフマン符号）による平均符号長)を求めよ．

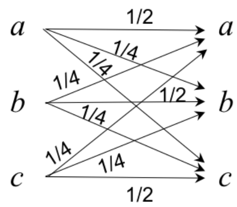
(ウ) 情報源 S から発生する情報源系列を 2 記号ごと符号化する符号化法について以下の問いに答えよ．ただし，情報源 S が定常状態にある時刻 t, t+1 における，00, 01, 10, 11 の各々の記号列の発生確率は$P_{X_tX_{t+1}}(0{,}0)=2/3\,,P_{X_tX_{t+1}}(0{,}1)=P_{X_tX_{t+1}}(1{,}0)=1/12\,,P_{X_tX_{t+1}}(1{,}1)=1\,/\,6$であるという事実を用いて良い．

① 定常状態にある情報源 S から発生する情報源系列を 2 記号ごとブロック符号化する場合における，ハフマン符号を求めよ．

② 定常状態にある情報源 S から発生する情報源系列を 2 記号ごと符号化した場合，1 情報源記号あたりの平均符号長において，情報源符号化定理から導かれる下限 $H_2(S)$(S の２次エントロピー)と，実際に達成し得る最小値 L_2 を求めよ．

(エ) 定常状態にある情報源 S から発生する情報源系列を，ブロック長の制限を加えずに符号化する場合の 1 情報源記号あたりの平均符号長において，情報源符号化定理から導かれる下限 $H(S)$を求めよ．

問3.　右図の通信路線図で表される記憶のない３元通信路(入力記号がそのまま出力される確率が 1/2，入力と異なる記号各々が 1/4 の確率で出力される入出力アルファベット$\{a,b,c\}$の３元通信路)を考える．この通信路への入力記号 X に対する出力記号を Y とする．このとき以下の問いに答えよ．(ただし，$\log_2 3=1.585$ とする．)



(ア) この通信路の通信路行列を示せ．

(イ) この通信路は入力に対して一様であるか，出力に対して一様であるかをそれぞれ答えよ．

(ウ) この通信路の誤り確率 P$\{X\neq Y\}$を答えよ．

(エ) X で条件づけた Y の条件付きエントロピー$H(Y|X)$を求めよ．

(オ) 確率変数 Y のエントロピー$H(Y)$は，X の確率分布$(P_X(a),P_X(b),P_X(c))$がどういう値のとき最大となるか．また，そのときの $H(Y)$の値を求めよ．

(カ) この通信路の通信路容量 C を求めよ．

問4.　4 個の情報ビットx_1,x_2,x_3,x_4 に対して，以下の式で定義される 4 個の検査ビット c_1,c_2,c_3,c_4 を付加した $w=(x_1,x_2,x_3,x_4,c_1,c_2,c_3,c_4)$ という形の(8,4)線形符号に関して，以下の問いに答えよ．ただし，式の中における足し算はすべて 2 の剰余系（0+0 = 1+1 = 0,　0+1 = 1+0 = 1）で考えるものとする．

$$\begin{cases} c_1 = x_1 + x_2 + x_3 \\ c_2 = \qquad\; x_2 + x_3 + x_4 \\ c_3 = x_1 + x_2 \qquad\; + x_4 \\ c_4 = x_1 \qquad\; + x_3 + x_4 \end{cases}$$

(ア) この符号の1記号あたりの情報速度と冗長度を求めよ．

(イ) この符号の生成行列と検査行列を示せ．

(ウ) ある符号語を送ったとき，系列 10010001 を受信したとする．単一誤りが生じていると想定して，送信された符号語を推定せよ．

(エ) この符号の最小ハミング距離を求めよ．どのようにして求めたかも簡単に述べよ．

(オ) この符号で限界距離復号法を用いた場合に，誤り訂正を行わないとすると何重誤りまで必ず検出できるか答えよ．